FALE NA POWIERZCHNI WODY

W zależności od dominującej siły wywołującej ruch falowy, fale na powierzchni wody można podzielić na trzy rodzaje:

a) **fale kapilarne**,
b) **fale grawitacyjne**,
c) **fale kapilarno-grawitacyjne.**

Dla fal kapilarnych główną siłą jest siła napięcia powierzchniowego cieczy. Ponieważ napięcie powierzchniowe jest znaczące wtedy, gdy powierzchnia cieczy jest silnie zakrzywiona, to wnioskujemy, że fale kapilarne to te, które mają stosunkowo niewielką długość. Dla fal długich natomiast decydującą siłą będzie siła grawitacji. Fale powierzchniowe o długościach pośrednich to fale kapilarno-grawitacyjne.

Ponadto fale mogą być falami na głębokiej i na płytkiej wodzie. Niech H będzie głębokością zbiornika wody, na powierzchni którego rozchodzą się fale o długości λ. Gdy $(H/\lambda)>1$, to mamy do czynienia z falami na **głębokiej wodzie,** gdy natomiast $(H/\lambda)\leq 1$, to mówimy o falach na **płytkiej wodzie.**

Posługując się **analizą wymiarową**, znajdźmy zależność prędkości fali v (v- prędkość fazowa fali) od długości fali λ (związek dyspersyjny) dla fal kapilarnych i grawitacyjnych na głębokiej wodzie.

FALE KAPILARNE

Postulujemy następującą zależność prędkości fal kapilarnych od parametrów charakteryzujących wodę i fale

$$v = c \cdot \lambda^{\alpha} \cdot \sigma^{\beta} \cdot \rho^{\gamma}$$

gdzie σ jest współczynnikiem napięcia powierzchniowego wody (σ=0,073 N/m), zaś ρ gęstością wody (ρ=1000 kg/m^3). Równanie dla jednostek miar będzie następujące:

$$\left[\frac{m}{s}\right] = [m]^{\alpha} \cdot \left[\frac{kg}{s^2}\right]^{\beta} \cdot \left[\frac{kg}{m^3}\right]^{\gamma}$$

Po rozwiązaniu układu trzech równań z trzema niewiadomymi, otrzymamy:

α=-1/2 β=1/2 γ=-1/2.

Ostatecznie

$$v = c \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \cdot \lambda}}.$$

Z teorii ruchu fal powierzchniowych można otrzymać dokładny wzór, z którego wynika, że

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot \sigma}{\rho \cdot \lambda}}$$

Można go także przedstawić w innej postaci, stosując liczbę falową $k=2\pi/\lambda$ i częstotliwość kołową $v=\omega/k$:

$$\omega = \sqrt{\frac{\sigma \cdot k^3}{\rho}}$$

FALE GRAWITACYJNE

Dla fal grawitacyjnych postulujemy następującą zależność

$$v = c \cdot \lambda^{\alpha} \cdot g^{\beta}$$

gdzie g jest przyśpieszeniem grawitacyjnym. Powyższe równanie zapisane dla jednostek miar ma następującą postać:

$$\left[\frac{m}{s}\right] = [m]^{\alpha} \cdot \left[\frac{m}{s^2}\right]^{\beta}$$

Z powyższego układu dwu równań otrzymamy następujące wartości wykładników α i β;

$\alpha=1/2$ $\beta=1/2$.

Oznacza to, że

$$v = c \cdot \sqrt{\lambda \cdot g}$$

Teoria ruchu fal powierzchniowych daje następujący wzór na prędkość fal grawitacyjnych:

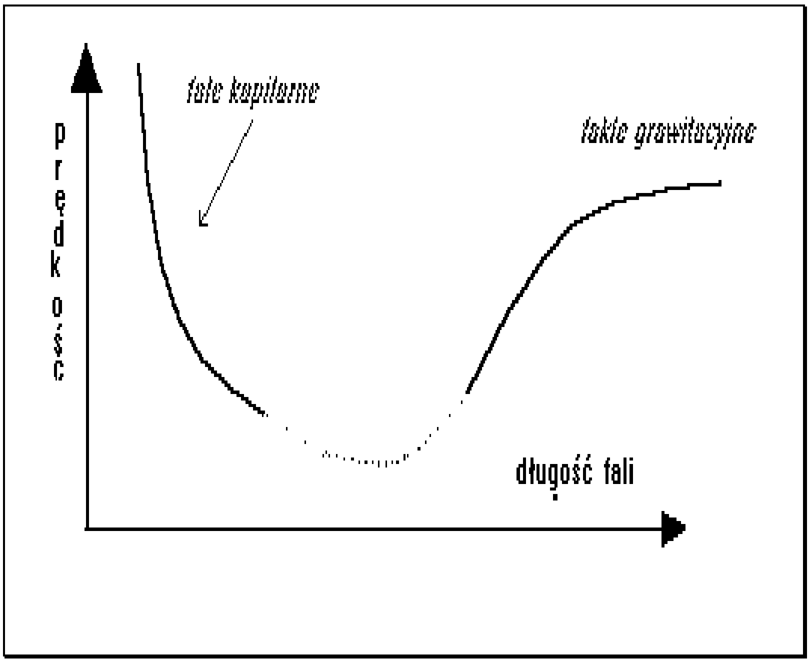
$$v = \sqrt{\frac{\lambda \cdot g}{2 \cdot \pi}}$$

co można także przedstawić w postaci

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{k}}$$

Dla fal grawitacyjnych na płytkiej wodzie równanie na prędkość ma postać

$$v = \sqrt{g \cdot H}$$



FALE KAPILARNO-GRAWITACYJNE

Dla tego rodzaju fal **na wodzie głębokiej** zależność częstotliwości kołowej ω od liczby falowej k jest następująca:

$$\omega = \sqrt{\frac{\sigma \cdot k^3}{\rho} + \frac{g}{k}}$$

Minimalną prędkość fal otrzymuje się dla fali o długości λ_0:

$$\lambda_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{g \cdot \rho}}$$

Równanie dyspersyjne obowiązujące także dla fal na wodzie płytkiej ma postać:

$$\omega = \sqrt{\left(\frac{\sigma \cdot k^3}{\rho} + \frac{g}{k}\right) th(k \cdot H)} \; .$$

W powyższym wzorze funkcja *th(x)* jest tangensem hiperbolicznym. Dla dużych wartości *x* funkcja ta zmierza do wartości równej 1. Jak nietrudno zauważyć, sprowadza się on w szczególnych przypadkach do powyżej wypisanych wzorów, co oznacza, że jest to najbardziej ogólna zależność, słuszna dla wszystkich wymienionych rodzajów fal.