

6. Drgania

6. 1. Drgania harmoniczne nielumione

1. Czastka o masie $m=4$ g wykonuje drgania harmoniczne wzdluz osi x , wokol polozenia rownowagi $x=0$. Wychylenie czastki w chwili $t_1=2$ s wynosi $x_1=-4.3579$ cm, zas w chwili $t_2=5$ s wychylenie wynosi $x_2=-3.4994$ cm. Wiedzac, ze amplituda drgan $A=5$ cm, obliczyc:

- czestotliwosc koLOWa ω , okres T i faze poczatkowa ϕ ;
- wychylenie i predkosc czastki w chwili $t=15$ s;
- energie kinetyczna i potencjalna w chwili $t=10$ s.

2. Czastka o masie $m=12$ g wykonuje drgania harmoniczne wzdluz osi x , wokol polozenia rownowagi $x=0$. Maksymalna predkosc czastki $v_{\max}=5$ cm/s, zas maksymalne wychylenia $A=23$ cm. Wiedzac, ze w chwili $t_1=2$ s wychylenie wynosi $x_1=-2$ cm, obliczyc:

- czestotliwosc koLOWa ω , okres T i faze poczatkowa ϕ ;
- predkosc i przyspieszenie czastki w chwili $t_2=12$ s;
- maksymalna sila dzialajaca na czastke oraz jej energie calkowita.

3. Mala kulka o masie $m=20$ g zostala zawieszona na sprzynie o stalej $k=10$ N/cm. Kulke odcignieto o $\Delta x=3$ cm od polozenia rownowagi i puszczono nadajac jej predkosc $v_p=10$ cm/s do gory. Obliczyc:

- amplitude, okres drgan tej kulki i faze poczatkowa;
- maksymalna predkosc i przyspieszenie w jej ruchu;
- energie calkowita kulki.

4. Dwie takie same sprzyny, kazda o stalej $k=1$ N/cm, zawieszono tak, ze poczatek drugiej sprzyny jest zaczepiony z koncem pierwszej. Do tego ukkladu podwieszono kulke i wprawiono ja w drgania pionowe. Jaka jest masa tej kulki, jezeli okres jej drgan wynosi $T=0.7$ s?

5. Czastka o masie $m=4$ g znajduje sie w jednowymiarowym polu silowym, w ktorym jej energia potencjalna U_p zalezy od wychylenia x w nastepujacy sposob:

$$U_p(x)=10 \cdot x^4 - 2 \cdot x^{-1} \quad (U_p \text{ [J]}, x \text{ [cm]})$$

Obliczyc okres malych drgan tej czastki wokol polozenia rownowagi.

6. Jaka musi byc masa malej kulki zaczepionej na srodku struny o dlugosci $l=1,4$ m, naciagnetej sila $W=30$ N, aby okres jej malych drgan poprzecznych wynosi $T=0,4$ s?

7. Woda ($\rho=1$ g/cm³) o masie $m=45$ g znajduje sie w rurce (promien rurki $r=4$ mm) zgietej w ksztalcie litery U. Obliczyc okres malych drgan wody w tej rurce.

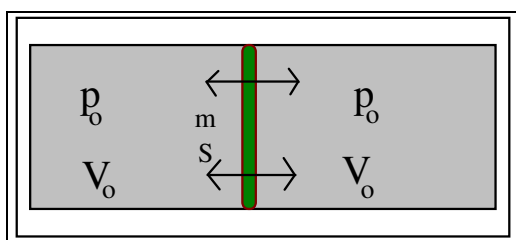
8. W wodzie o gestosci $\rho_w=0.998$ g/cm³ plywa pionowo cienki, drewniany ($\rho_d=0.77$ g/cm³) walec o dlugosci $l=5$ cm i promieniu $r=6$ mm. Obliczyc okres malych pionowych drgan tego walca w wodzie.

9. Stosujac metode graficznego dodawania drgan obliczyc amplitude i faze poczatkowa drgania bedacego suma trzech drgan odbywajacych sie wzdluz tej samej osi: $x_1=4\cos(\omega t - 0.5\pi)$; $x_2=2\sin(\omega t + \pi)$; $x_3=3\sin(\omega t + 0.5\pi)$.

10. Dwie kule o masach odpowiednio $m_1=10$ g i $m_2=15$ g polaczone sa sprzyna o stalej $k=200$ N/mm i dlugosci poczatkowej $l_0=1$ m. Kule te wykonuja drgania podluzne wzdluz osi sprzyny. Amplituda drgan pierwszej masy wynosi $A_1=1$ cm.

- Jaka jest czestotliwosc drgan kul?
- Jaka jest amplituda drgan drugiej kuli oraz jej maksymalna predkosc?
- Jaka jest maksymalna i minimalna odleglosc kul?

d) Jaka jest energia całkowita tego drgania ?



11. Gaz doskonały o wykładniku adiabaty $\kappa=1.40$ znajduje się w zamkniętym naczyniu, w środku którego znajduje się ruchomy tłoczek o masie $m=1$ g i powierzchni $S=0.5$ m². Obliczyć okres drgań poziomych tego tłoczka, jeżeli wiadomo, że w stanie równowagi $p_0=1100$ hPa i $V_0=1$ m³. Założyć, że w czasie drgań tłoczka gaz

podlega przemianie adiabatycznej ($p \cdot V^\kappa = \text{const}$).

6.2. Drgania tłumione

1. W ciągu $t=12$ s ciało wykonuje $n=15$ drgań tłumionych. W tym czasie amplituda drgań maleje $m=1,2$ razy. W chwili początkowej wychylenie było $x_0=15$ cm, zaś prędkość $v_0=-10$ cm/s. Obliczyć:

- amplitudę początkową A_0 i fazę początkową α ,
- amplitudę i wychylenie w chwili czasu $t_1=20$ s.

2. Amplituda drgań tłumionych wahadła matematycznego o długości $l=0.75$ m maleje trzy razy w ciągu 10 minut. Obliczyć współczynnik tłumienia, logarytmiczny dekrement tłumienia i dobroć tego wahadła.

3. Amplituda drgań tłumionych pewnego oscylatora maleje 2 razy w ciągu 5 minut. Ile razy zmaleje energia tego oscylatora w ciągu 110 sekund?

4. Wahadło matematyczne wykonuje drgania tłumione o logarytmicznym dekremencie tłumienia równym $\lambda_1=1,1$. Ile razy wzrosło tłumienie ośrodka, gdy logarytmiczny dekrement tłumienia wzrósł do wartości $\lambda_2=2,1$?

5. Cząstkę wychylono z położenia równowagi i puszczono z prędkością zerową. Cząstka ta wykonuje drgania tłumione o logarytmicznym dekremencie tłumienia równym $\lambda=0,01$. Do chwili zatrzymania się cząstka przebyła drogę $s=5$ m. Jakie było jej wychylenie początkowe? Jaką drogę przebędzie ta cząstka po 10, 100, 1000 pełnych drganiach?

6.3. Drgania wymuszone, rezonans

1. Ciężarek o masie $m=10$ g zawieszony na sprężynie o stałej $k=100$ N/m wykonuje pionowe drgania tłumione, zmniejszając swoją amplitudę $n=3$ razy w ciągu $t=2$ minut. Do tego ciężarka przyłożono siłę zmieniającą się harmonicznym o amplitudzie $F_0=50$ N i regulowanej częstotliwości kątowej. Obliczyć:

- częstotliwość drgań nietłumionych ω_0 i tłumionych ω_t ciężarka;
- częstotliwość ω_r , dla której amplituda drgań jest największa;
- amplitudę i przesunięcie fazowe pomiędzy drganiami i siłą wymuszającą dla częstotliwości siły wymuszającej $\omega=1/2 \cdot \omega_r$ i $\omega=3/2 \cdot \omega_r$;
- stosunek amplitudy rezonansowej do amplitudy dla $\omega=0$.

2. Maksymalna amplituda drgań wymuszonych występuje dla częstotliwości $\omega=40$ s⁻¹. Dla jakiej częstotliwości ω_1 amplituda drgań wymuszonych jest taka sama jak dla częstotliwości $\omega_2=25$ s⁻¹?

3. Kulka o masie $m=5$ g zawieszona na sprężynie o stałej $k=50$ N/cm wykonuje drgania tłumione o współczynniku tłumienia $\beta=0,1$ s⁻¹. Ile razy amplituda drgań

wymuszonych pod wpływem zmiennej siły w rezonansie jest większa od wychylenia tej kulki spowodowanego tą samą siłą, ale statyczną?